ДЕЛИМОСТЬ НА 11

ПОИСК ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ

Запишем строку умножения на 11:

Числа от 1 до 9:
11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99 – закономерность для двузначных чисел очевидна.

Числа от 10 до 18:
110, 121, 132, 143, 154, 165, 176, 187, 198 – если из суммы крайних цифр вычесть среднюю, получим 0.
Всегда ли так будет для трехзначных чисел?
Нет:
$11 \cdot 19 = 209$
А затем снова:
Числа от 20 до 27:
220, 231, 242, 253, 264, 275, 286, 297

$11 \cdot 28 = 308$ $\quad 11 \cdot 29 = 319$

ВОПРОС

До какого числа снова будет действовать правило «крайние минус средняя равно 0»?
Сколько потом будет «исключений»? Проверьте.

ВОПРОС

Что можно сказать об «исключениях»?
Проверьте на числах:
$11 \cdot 39 = 429 \quad 11 \cdot 46 = 506 \quad 11 \cdot 77 = 847$

Сформулируйте признак делимости на 11 для трехзначного числа.

ПРИЗНАК ДЕЛИМОСТИ

Признак делимости на 11:
суммы цифр на четных и нечетных позициях либо равны, либо различаются на число, кратное 11.

РАЗБЕРЕМ ПРИМЕР

$5182 = 5 \cdot 1000 + 1 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 2 =$
$= 5 \cdot (1001 - 1) + 1 \cdot (99 + 1) + 8 \cdot (11 - 1) + 2 =$
$= (5 \cdot 1001 + 1 \cdot 99 + 8 \cdot 11) + (-5 + 1 - 9 + 2)$
Рассмотрим первую скобку.
99 и 11 очевидно делятся на 11, значит, $5 \cdot 1001 + 1 \cdot 99 + 8 \cdot 11$ делится на 11.
Нужно убедиться, что числа вида 100...001 (с четным количеством нулей) всегда делятся на 11 (чисел такого вида с нечетным количеством в нулей в разложении нет).

Заметим, что умножать на 11 в столбик – это складывать число с самим собой со смещением в разрядах:

$$\begin{array}{r} \times\ 91 \\ 11 \\ \hline 91 \\ +\ 91 \\ \hline 1001 \end{array}$$

Чтобы получать числа вида 100...001, нужно переполнять разряды, используя цифры 0, 9, 1.

УПРАЖНЕНИЕ

Для чисел 100001 и 10000001 подберите результат деления на 11.
Убедившись, что слагаемое в первых скобках делится на 11, получаем, что для делимости всего числа на 11 второе слагаемое (то есть разность сумм цифр на четных и нечетных позициях должно быть равным нулю или делиться на 11).

2 СЧЁТ ДО 10 В ВОСЬМЕРИЧНОЙ СИСТЕМЕ

В десятичной системе счисления 10 цифр:
0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

В восьмеричной системе счисления 8 цифр:
0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

Посчитаем до 10 в восьмеричной системе:
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 10, 11, 12.

То есть $10_{10} = 12_8$.

ПЕРЕВОД ИЗ ВОСЬМЕРИЧНОЙ В ДЕСЯТИЧНУЮ

Всем известно разложение по разрядам в десятичной системе:
$4285_{10} = 4 \cdot 1000 + 2 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 5 =$
$= 4 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0$.
(число в нулевой степени равно 1)

Аналогично можно раскладывать по разрядам в восьмеричной системе, тем самым переводить его из восьмеричной в десятичную:

$3214_8 = 3 \cdot 8^3 + 2 \cdot 8^2 + 1 \cdot 8^1 + 4 \cdot 8^0 =$
$= 3 \cdot 512 + 2 \cdot 64 + 1 \cdot 8 + 4 \cdot 1 = 1676_{10}$

УПРАЖНЕНИЕ

Переведите 121_8 , 114_8 , 30_8
в десятичную систему.

3 ПЕРЕВОД ИЗ ДЕСЯТИЧНОЙ В ВОСЬМЕРИЧНУЮ НЕБОЛЬШИХ ЧИСЕЛ

Для каждого десятичного числа мы хотим найти такое разложение на разряды (степени 8):
$a_n \cdot 8^n + a_{n-1} \cdot 8^{n-1} + \ldots + a_2 \cdot 8^2 + a_1 \cdot 8^1 + a_0 \cdot 8^0$,
где все a_i – это цифры,
допустимые в восьмеричной системе.

Тогда итоговое число будет иметь вид $a_n a_{n-1} \ldots a_2 a_1 a_0$.

Для небольших чисел, кратных 8, это делать просто:

$48_{10} = 8 \cdot 6 = 8^1 \cdot 6 + 8^0 \cdot 0 = 60_8$.

48_{10}	49_{10}	50_{10}	51_{10}	52_{10}	53_{10}	54_{10}	55_{10}	56_{10}
60_8	61_8	62_8	63_8	64_8	65_8	66_8	67_8	?

СЧЁТ ДО 32 В ВОСЬМЕРИЧНОЙ СИСТЕМЕ

УПРАЖНЕНИЕ

Вычислите, чему равны в восьмеричной системе числа, кратные 8 и не превосходящие 32_{10}, а затем выпишите все промежуточные числа от 1 до 32.

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

1. Переведите из десятичной системы счисления в восьмеричную все числа, меньшие 100 и кратные 8.

2. Переведите из восьмеричной системы счисления в десятичную все трехзначные числа, состоящие из одинаковых цифр.